FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

A. La fonction carré.

A.1. Étude de la fonction carré.

A.1.1.Définition. La fonction carré est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

A.1.2. Variations

Théorème. La fonction carré est :

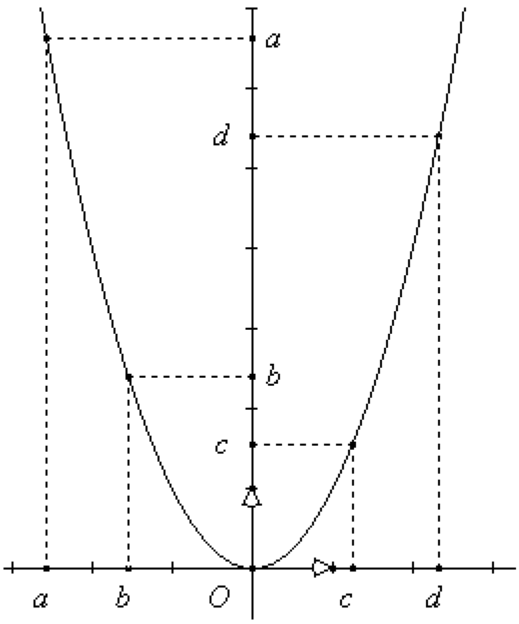
- strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$;
- strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

Tableau de variation :

x	$-\infty$ $\qquad$ 0 $\qquad$ $+\infty$
variations de f	$\searrow$ 0 $\nearrow$

Remarque : La fonction carré admet un minimum en 0 de valeur 0.

A.1.3. Représentation graphique.



La courbe $\mathscr{P}$ représentative de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ a pour équation $y = x^2$.

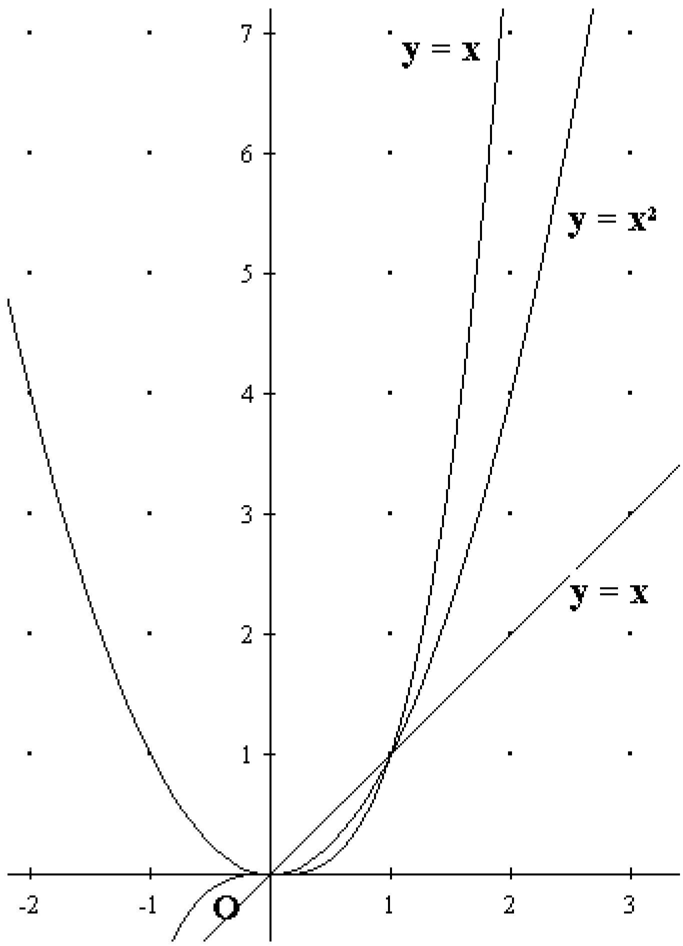
C'est une parabole de sommet O qui admet l'axe des ordonnée comme axe de symétrie. Ceci est caractéristique des fonctions paire (pour tout réel $x \in \mathscr{D}_f$, $-x \in \mathscr{D}_f$ et $f(-x) = f(x)$).

Théorème :

- Soit a et b deux réels négatifs : $a < b \leq 0 \iff a^2 > b^2 \geq 0$
- Soit c et d deux réels positifs : $0 \leq c < d \iff 0 \leq c^2 < d^2$.

À retenir. Les carrés de deux réels négatifs sont rangés dans l'ordre inverse ; les carrés de deux réels positifs sont rangés dans le même ordre.

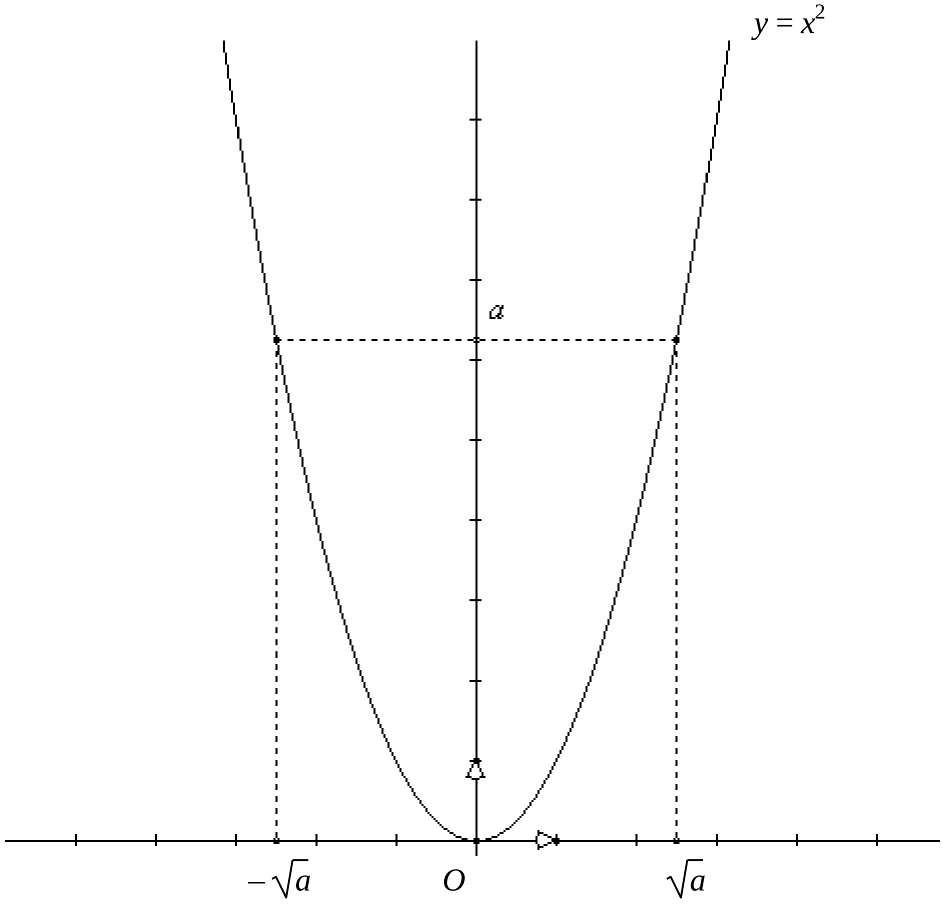
A.2. Comparaison des puissances d'un réel positif.



Théorème. Soit a un réel positif,

- Si $a = 0$ ou $a = 1$, alors $a = a^2 = a^3$.
- Si $0 < a < 1$, alors $a > a^2 > a^3$.
- Si $a > 1$, alors $a < a^2 < a^3$

A3. Fonction carré et équations et inéquations.



Théorème. a désignant un réel positif,

- $x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$
- $x^2 < a \Leftrightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a}$
- $x^2 > a \Leftrightarrow x < -\sqrt{a}$ ou $x > \sqrt{a}$

B. Fonction inverse

B.1.Définition.

La fonction inverse est la fonction g définie sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

B.2. Variations.

Théorème : La fonction inverse est :

- strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$;
- strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

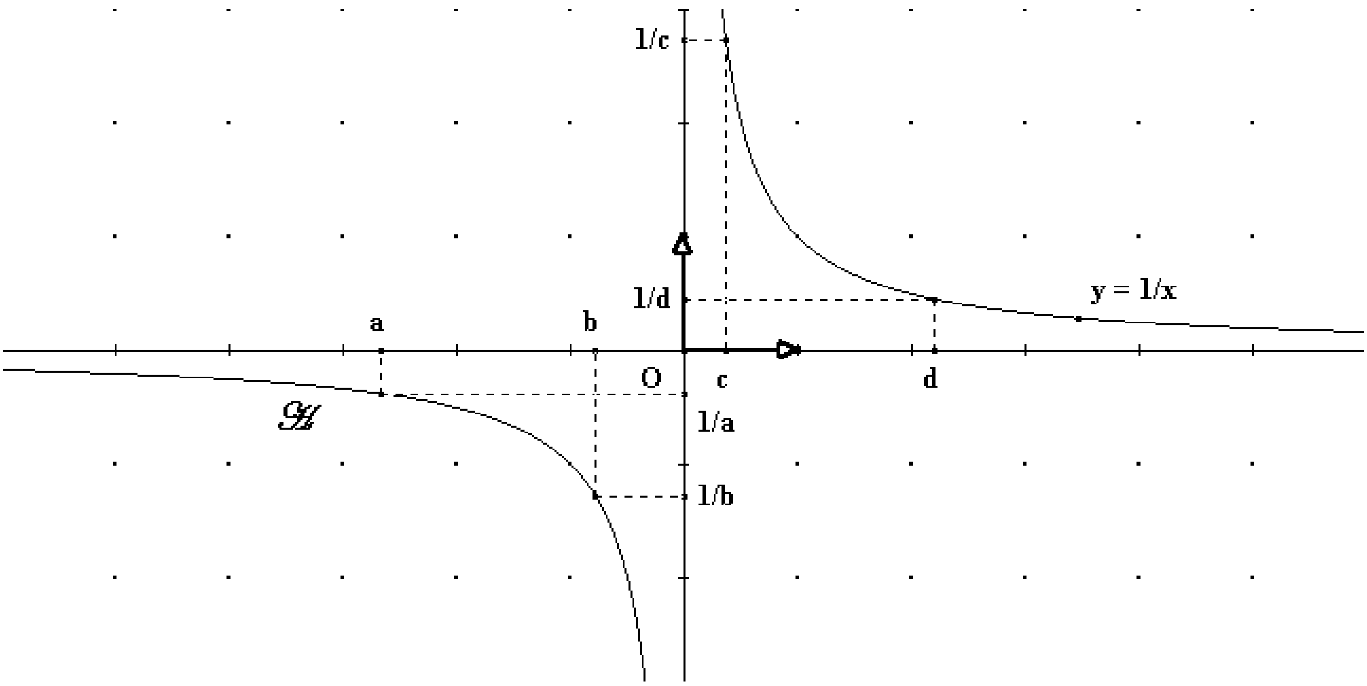
Tableau de variation

x	$-\infty$ 0	0 $+\infty$
variations de g	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 0$

Remarque. La double barre signale la valeur interdite.

B.3. Représentation graphique.

La courbe $\mathscr{H}$ représentative de g dans un repère orthonormé $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$ a pour équation : $y = \frac{1}{x}$. Elle est constituée se deux branches d'hyperbole.



Remarque. La courbe $\mathscr{H}$ représentative de g dans le repère $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$ admet l'origine O du repère pour centre de symétrie.
Ceci est caractéristique des fonctions impaires.(pour tout réel $x \in \mathscr{D}_f$, $-x \in \mathscr{D}_f$ et $(-x) = -f(x)$).

B.4. Classement des réels non nuls et de leurs inverses.

Théorème.

- Soit a et b deux réels strictement négatifs, $a < b < 0 \iff 0 > \dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$.
- Soit a et b deux réels strictement positifs, $0 < c < d \iff \dfrac{1}{c} > \dfrac{1}{d} > 0$

À retenir. Les inverses de deux nombres de même signe sont rangés dans l'ordre inverse.