Fiche n° 2 # RÉCAPITULATIF SUR LES DÉRIVÉES.

A. Dérivées des fonctions usuelles.

n désigne un entier naturel.

Fonction f	**Fonction dérivée f'**
$f(x) = k$ {k réel}	$f'(x) = 0$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$
$f(x) = \dfrac{1}{x^n}$	$f'(x) = \dfrac{-n}{x^{n+1}}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$

B. Opérations et composition de fonctions dérivées.

u et *v* désignent deux fonctions dérivables sur un même intervalle *I* et *k*, un nombre réel.

Fonction f	**Fonction dérivée f'**
$u + v$	$u' + v'$
$k \times u$	$k \times u'$
uv	$u'v + uv'$
$\dfrac{1}{u}$	$-\dfrac{u'}{u^2}$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
$f(x) = v[u(x)]$	$f'(x) = v'[u(x)] \times u'(x)$

C. Sens de variation d'une fonction.

Théorème :

1° **Si** pour tout nombre réel x de I, on a $f'(x) > 0$, **alors** f est strictement croissante sur I.

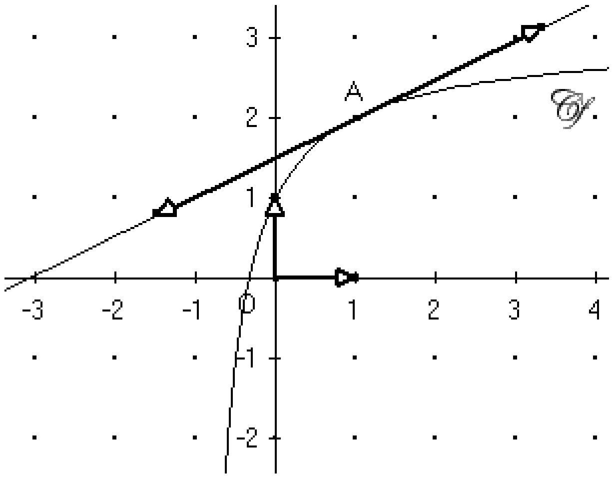
2° **Si** pour tout nombre réel x de I, on a $f'(x) < 0$, **alors** f est strictement décroissante sur I.

1° **Si** pour tout nombre réel x de I, on a $f'(x) = 0$, **alors** f est constante sur I.

Propriété :

Si pour la valeur x_0 de l'intervalle I, la dérivée s'annule en changeant de signe, **alors** la fonction f admet en x_0, un maximum local ou un minimum local.

D. Tangente en un point.



Propriété :

La tangente T_A à la courbe $\mathcal{C}f$ au point A d'abscisse x_0 a pour équation :

$$T_A : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

E. Applications.

Exercice 1. Les fonctions suivantes sont toutes dérivables sur IR. Calculer leur fonction dérivée.

$f_1(x) = 2x^2 - 8x - 5$ $\quad f_2(x) = -x^3 + 3x$ $\quad f_3(x) = x^4 - 3x^2 + 2$ $\quad f_4(x) = (2x + 1)^3$

$f_5(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$ $\quad f_6(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1}$ $\quad f_7(x) = (2x^2 + x)(x - 3)$

$f_8(x) = \sin x + 2\cos x$ $\quad f_9(x) = x \cos x$ $\quad f_{10}(x) = \sin 2x$

Exercice 2. Les fonctions suivantes sont toutes dérivables sur]0 ; + ∞[. Calculer leur fonction dérivée.

$f_{11}(x) = 3x^2 - 5x + \dfrac{1}{x}$ $\quad f_{12}(x) = -3x^5 + 4\sqrt{x}$ $\quad f_{13}(x) = 2x + \dfrac{1}{x^2}$

Exercice 3. Les fonctions suivantes sont toutes dérivables sur l'intervalle I. Calculer leur fonction dérivée.

$I = \left]-\infty ; -\dfrac{1}{2}\right[$ $\quad f_{14}(x) = \dfrac{3}{1 + 2x}$

$I =]1 ; +\infty[$ $\quad f_{15}(x) = \dfrac{x + 1}{x - 1}$

$I =]5 ; +\infty[$ $\quad f_{16}(x) = \dfrac{1}{(5 - x)^3}$